

# Table des matières

Avant-propos	5
Table des matières	13
Table des figures	17
Liste des tableaux	19
Liste des animations	22
<b>1 Cinématique des milieux continus</b>	<b>23</b>
1.1 Exercices . . . . .	23
1.1.1 Énoncés . . . . .	23
E1.1 Potentiel des accélérations . . . . .	23
E1.2 Théorème de Lagrange . . . . .	23
E1.3 Théorème de Lord Kelvin . . . . .	23
E1.4 Écoulement sphérique d'un fluide incompressible . . . . .	24
E1.5 Écoulement plan autour d'un pilier cylindrique . . . . .	24
E1.6 Traction-torsion d'une barre cylindrique . . . . .	25
E1.7 Transformations infinitésimales . . . . .	25
E1.8 Tassement d'un sol incompressible . . . . .	26
1.1.2 Corrigés . . . . .	26
E1.1 Potentiel des accélérations . . . . .	26
E1.2 Théorème de Lagrange . . . . .	27
E1.3 Théorème de Lord Kelvin . . . . .	28
E1.4 Écoulement sphérique d'un fluide incompressible . . . . .	29
E1.5 Écoulement plan autour d'un pilier cylindrique . . . . .	30
E1.6 Traction-torsion d'une barre cylindrique . . . . .	31
E1.7 Transformations infinitésimales . . . . .	32
E1.8 Tassement d'un sol incompressible . . . . .	32
1.2 Problèmes . . . . .	33
1.2.1 Énoncés . . . . .	33
P1.1 Écoulement plan de fluide incompressible : fonction de courant	33
P1.2 Étude d'un écoulement plan . . . . .	33

	P1.3	Roulement sans glissement d'un disque indéformable . . . . .	34
	P1.4	Un modèle de houle : la houle trochoïdale . . . . .	35
1.2.2	Corrigés . . . . .		35
	P1.1	Écoulement plan de fluide incompressible : fonction de courant	35
	P1.2	Étude d'un écoulement plan . . . . .	37
	P1.3	Roulement sans glissement d'un disque indéformable . . . . .	40
	P1.4	Un modèle de houle : la houle trochoïdale . . . . .	42
1.3	Récapitulatif des formules essentielles . . . . .		44
1.3.1	Repérage des milieux continus . . . . .		44
1.3.2	Descriptions lagrangienne et eulérienne . . . . .		44
1.3.3	Dérivée matérielle . . . . .		45
1.3.4	Équations de conservation de la masse . . . . .		45
<b>2</b>	<b>Déformations</b>		<b>47</b>
2.1	Exercices . . . . .		47
2.1.1	Énoncés . . . . .		47
	E2.1	Transformations linéaires planes . . . . .	47
	E2.2	Déformations en coordonnées cylindriques et sphériques . . . . .	47
	E2.3	Déformation d'un tube épais . . . . .	48
	E2.4	Quadriques directrices des dilatations . . . . .	48
	E2.5	Ellipse de Lamé et cercle de Mohr des déformations planes . . . . .	49
	E2.6	Effet transversal dans une jauge d'extensométrie . . . . .	49
	E2.7	Extensométrie par jauges électriques . . . . .	50
	E2.8	Écoulement irrotationnel de fluide incompressible . . . . .	51
	E2.9	Petites ou grandes transformations? . . . . .	51
	E2.10	Mouvement de corps rigide . . . . .	51
2.1.2	Corrigés . . . . .		52
	E2.1	Transformations linéaires planes . . . . .	52
	E2.2	Déformations en coordonnées cylindriques et sphériques . . . . .	56
	E2.3	Déformation d'un tube épais . . . . .	58
	E2.4	Quadriques directrices des dilatations . . . . .	59
	E2.5	Ellipse de Lamé et cercle de Mohr des déformations planes . . . . .	59
	E2.6	Effet transversal dans une jauge d'extensométrie . . . . .	60
	E2.7	Extensométrie par jauges électriques . . . . .	62
	E2.8	Écoulement irrotationnel de fluide incompressible . . . . .	64
	E2.9	Petites ou grandes transformations? . . . . .	65
	E2.10	Mouvement de corps rigide . . . . .	66
2.2	Problèmes . . . . .		67
2.2.1	Énoncés . . . . .		67

	P2.1	Expansion plane homogène . . . . .	67	
	P2.2	Concentration plane homogène . . . . .	68	
	P2.3	Transformation tridimensionnelle homogène . . . . .	70	
	P2.4	Transformation finie d'un tube épais . . . . .	71	
2.2.2	Corrigés . . . . .		72	
	P2.1	Expansion plane homogène . . . . .	72	
	P2.2	Concentration plane homogène . . . . .	76	
	P2.3	Transformation tridimensionnelle homogène . . . . .	82	
	P2.4	Transformation finie d'un tube épais . . . . .	88	
2.3	Récapitulatif des formules essentielles . . . . .		91	
	2.3.1	Tenseurs des déformations . . . . .	91	
	2.3.2	Dérivées matérielles des tenseurs de déformation . . . . .	92	
	2.3.3	Cas des transformations infinitésimales . . . . .	92	
<b>3</b>	<b>Contraintes</b>		<b>95</b>	
3.1	Exercices . . . . .		95	
	3.1.1	Énoncés . . . . .	95	
		E3.1	Solide d'isocontrainte . . . . .	95
		E3.2	Essai de traction monoaxiale . . . . .	96
		E3.3	États types de contrainte plane . . . . .	96
		E3.4	Utilisation d'une plaque fissurée . . . . .	96
		E3.5	État homogène de contrainte plane . . . . .	96
		E3.6	Quadriques directrices des contraintes normales . . . . .	97
		E3.7	Contrainte normale et contrainte tangentielle octaédriques . . . . .	98
		E3.8	Contraintes au parement amont d'un barrage . . . . .	98
		E3.9	Boîte de Casagrande . . . . .	99
	3.1.2	Corrigés . . . . .	99	
		E3.1	Solide d'isocontrainte . . . . .	99
		E3.2	Essai de traction monoaxiale . . . . .	100
		E3.3	États types de contrainte plane . . . . .	101
		E3.4	Utilisation d'une plaque fissurée . . . . .	101
		E3.5	État homogène de contrainte plane . . . . .	101
		E3.6	Quadriques directrices des contraintes normales . . . . .	103
		E3.7	Contrainte normale et contrainte tangentielle octaédriques . . . . .	105
		E3.8	Contraintes au parement amont d'un barrage . . . . .	105
		E3.9	Boîte de Casagrande . . . . .	107
3.2	Problèmes . . . . .		107	
	3.2.1	Énoncés . . . . .	107	
		P3.1	Contraintes dans une chaudière . . . . .	107

	P3.2	Contraintes dans un câble de précontrainte . . . . .	108	
	P3.3	Contraintes dans une poutre en potence . . . . .	109	
3.2.2	Corrigés . . . . .		111	
	P3.1	Contraintes dans une chaudière . . . . .	111	
	P3.2	Contraintes dans un câble de précontrainte . . . . .	113	
	P3.3	Contraintes dans une poutre en potence . . . . .	116	
3.3	Récapitulatif des formules essentielles . . . . .		118	
	3.3.1	Efforts intérieurs et tenseurs des contraintes . . . . .	118	
	3.3.2	Dérivées matérielles des contraintes . . . . .	118	
	3.3.3	Étude du tenseur des contraintes de Cauchy . . . . .	119	
<b>4</b>	<b>Prolégomènes à la rhéologie des corps continus</b>		<b>121</b>	
4.1	Exercices . . . . .		121	
	4.1.1	Énoncés . . . . .	121	
		E4.1	Massif de sol pesant uniformément chargé . . . . .	121
		E4.2	Coin élastique . . . . .	122
		E4.3	Traction monoaxiale d'une poutre élastique hétérogène . . . . .	123
		E4.4	Sollicitation thermomécanique d'une poutre élastique hétérogène . . . . .	123
		E4.5	Écoulement laminaire d'un fluide visqueux newtonien incompressible . . . . .	124
		E4.6	Vernis craquelant . . . . .	124
		E4.7	Critères de Tresca et de Von-Mises en contraintes planes . . . . .	125
		E4.8	Rhéomètre de Couette . . . . .	126
		E4.9	Distorsion pure . . . . .	127
		E4.10	Expansion plane . . . . .	128
	4.1.2	Corrigés . . . . .	129	
		E4.1	Massif de sol pesant uniformément chargé . . . . .	129
		E4.2	Coin élastique . . . . .	129
		E4.3	Traction monoaxiale d'une poutre élastique hétérogène . . . . .	132
		E4.4	Sollicitation thermomécanique d'une poutre élastique hétérogène . . . . .	132
		E4.5	Écoulement laminaire d'un fluide visqueux newtonien incompressible . . . . .	133
		E4.6	Vernis craquelant . . . . .	134
		E4.7	Critères de Tresca et de Von-Mises en contraintes planes . . . . .	135
		E4.8	Rhéomètre de Couette . . . . .	136
		E4.9	Distorsion pure . . . . .	138
		E4.10	Expansion plane . . . . .	140

4.2	Problèmes . . . . .	142
4.2.1	Énoncés . . . . .	142
	P4.1 Torsion et sollicitation thermique d'un cylindre creux . . . . .	142
	P4.2 Torsion pure d'un cylindre . . . . .	143
	P4.3 Matériau composite . . . . .	144
	P4.4 Barrage poids . . . . .	145
	P4.5 Fluide de Bingham . . . . .	147
4.2.2	Corrigés . . . . .	148
	P4.1 Torsion et sollicitation thermique d'un cylindre creux . . . . .	148
	P4.2 Torsion pure d'un cylindre . . . . .	150
	P4.3 Matériau composite . . . . .	152
	P4.4 Barrage poids . . . . .	154
	P4.5 Fluide de Bingham . . . . .	159
4.3	Récapitulatif des formules essentielles . . . . .	161
4.3.1	Élasticité linéaire isotrope . . . . .	161
4.3.2	Notion de critère de limite élastique . . . . .	161
4.3.3	Fluide visqueux newtonien . . . . .	162
<b>5</b>	<b>Principes généraux et leurs applications</b>	<b>163</b>
5.1	Exercices . . . . .	163
5.1.1	Énoncés . . . . .	163
	E5.1 Équations indéfinies du mouvement . . . . .	163
	E5.2 Théorème d'Archimède . . . . .	163
	E5.3 Réservoir cylindrique en rotation . . . . .	164
	E5.4 Principe du venturi . . . . .	165
	E5.5 Tube de Pitot . . . . .	165
	E5.6 Ajutage de Borda . . . . .	166
	E5.7 Auget Pelton . . . . .	166
	E5.8 Tube de Poiseuille . . . . .	167
	E5.9 Viscosimètre plan-plan . . . . .	168
	E5.10 Torsion d'un disque annulaire . . . . .	169
	E5.11 Sphère creuse sous pression . . . . .	169
	E5.12 Vibrations longitudinales d'une poutre . . . . .	170
5.1.2	Corrigés . . . . .	171
	E5.1 Équations indéfinies du mouvement . . . . .	171
	E5.2 Théorème d'Archimède . . . . .	175
	E5.3 Réservoir cylindrique en rotation . . . . .	176
	E5.4 Principe du venturi . . . . .	176
	E5.5 Tube de Pitot . . . . .	176

	E5.6	Ajutage de Borda . . . . .	177
	E5.7	Auget Pelton . . . . .	178
	E5.8	Tube de Poiseuille . . . . .	178
	E5.9	Viscosimètre plan-plan . . . . .	179
	E5.10	Torsion d'un disque annulaire . . . . .	180
	E5.11	Sphère creuse sous pression . . . . .	180
	E5.12	Vibrations longitudinales d'une poutre . . . . .	181
5.2	Problèmes . . . . .		182
	5.2.1	Énoncés . . . . .	182
		P5.1 Compression-confinement d'un cylindre creux . . . . .	182
		P5.2 Sertissage d'un cylindre . . . . .	184
		P5.3 Cylindre creux infini sous pression (pressiomètre) . . . . .	185
		P5.4 Stabilité d'une couche pesante reposant sur un plan incliné . . . . .	186
		P5.5 Pale d'hélicoptère . . . . .	187
		P5.6 Action d'un jet sur un obstacle . . . . .	188
		P5.7 Écoulement dans une conduite de section carrée . . . . .	189
		P5.8 Fluide visqueux sur un plan incliné . . . . .	191
		P5.9 Fluide visqueux non-newtonien . . . . .	192
		P5.10 Viscosimètre cône-plan . . . . .	193
	5.2.2	Corrigés . . . . .	194
		P5.1 Compression-confinement d'un cylindre creux . . . . .	194
		P5.2 Sertissage d'un cylindre . . . . .	196
		P5.3 Cylindre creux infini sous pression (pressiomètre) . . . . .	200
		P5.4 Stabilité d'une couche pesante reposant sur un plan incliné . . . . .	201
		P5.5 Pale d'hélicoptère . . . . .	201
		P5.6 Action d'un jet sur un obstacle . . . . .	206
		P5.7 Écoulement dans une conduite de section carrée . . . . .	207
		P5.8 Fluide visqueux sur un plan incliné . . . . .	209
		P5.9 Fluide visqueux non-newtonien . . . . .	211
		P5.10 Viscosimètre cône-plan . . . . .	213
5.3	Récapitulatif des formules essentielles . . . . .		215
	5.3.1	Principes généraux . . . . .	215
	5.3.2	Application aux fluides . . . . .	215
	5.3.3	Application aux solides élastiques linéaires isotropes . . . . .	216
<b>6</b>	<b>Introduction à la méthode des éléments finis</b>		<b>217</b>
	6.1	Exercices . . . . .	217
		6.1.1 Énoncés . . . . .	217
		E6.1 Essai de compression œdométrique . . . . .	217

	E6.2	Pale d'hélicoptère . . . . .	218
	E6.3	Poutre en flexion . . . . .	218
6.1.2	Corrigés . . . . .		219
	E6.1	Essai de compression œdométrique . . . . .	219
	E6.2	Pale d'hélicoptère . . . . .	222
	E6.3	Poutre en flexion . . . . .	225
<b>A</b>	<b>Formulaire</b>		<b>229</b>
A.1	Tenseurs de Kronecker $\delta$ et d'orientation $\epsilon$ . . . . .		229
	A.1.1	Caractérisation . . . . .	229
	A.1.2	Propriétés . . . . .	230
A.2	Opérateurs différentiels . . . . .		230
	A.2.1	Caractérisation . . . . .	230
	A.2.2	Propriétés . . . . .	232
A.3	Coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques . . . . .		233
	A.3.1	Coordonnées cartésiennes . . . . .	233
	A.3.2	Coordonnées cylindriques . . . . .	236
	A.3.3	Coordonnées sphériques . . . . .	238
A.4	Unités . . . . .		241
	A.4.1	Unités de base et unités supplémentaires . . . . .	241
	A.4.2	Unités espace-temps . . . . .	242
	A.4.3	Unités de mécanique et unités dérivées . . . . .	242
	A.4.4	Symboles des préfixes décimaux . . . . .	243
A.5	Extensométrie par rosettes de trois jauges . . . . .		244
	<b>Index</b>		<b>245</b>