

# Table des matières

Table des matières	3
Index	4
<b>I Géométrie</b>	<b>7</b>
<b>1 Géométrie euclidienne</b>	<b>9</b>
1.1 Somme des angles d'un $n$ -gone convexe . . . . .	9
1.2 Formule d'Euler . . . . .	9
<b>II Logique, ensembles et applications</b>	<b>11</b>
<b>2 Logique</b>	<b>13</b>
2.1 Théorème d'incomplétude de Gödel . . . . .	13
<b>3 Ensembles</b>	<b>15</b>
3.1 Formule du crible de Poincaré . . . . .	15
<b>4 Applications</b>	<b>17</b>
4.1 Surjections et bijections . . . . .	17
4.1.1 Théorème de Cantor . . . . .	17
4.1.2 Existence de bijections . . . . .	17
<b>III Algèbre</b>	<b>19</b>
<b>5 Algèbre générale</b>	<b>21</b>
5.1 Arithmétique des entiers . . . . .	21
5.1.1 Théorème de Wilson . . . . .	21
5.1.2 Théorème de Fermat-Euler . . . . .	21
5.1.3 Théorème de Fermat . . . . .	22
5.2 Nombres et ensembles de nombres . . . . .	22
5.2.1 Équipotence des ensembles de nombres . . . . .	22
5.2.1.1 Équipotence de $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$ . . . . .	22
5.2.1.2 Équipotence de $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Q}$ . . . . .	22
5.2.1.3 Équipotence de $\mathbb{N}$ et $\mathbb{D}$ . . . . .	22
5.2.1.4 Équipotence de $\mathbb{N}$ et $\mathbb{N}^n$ . . . . .	23

5.2.1.5	Équipotence de $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}^n$ . . . . .	23
5.2.1.6	Équipotence de $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Q}^n$ . . . . .	23
5.2.1.7	Équipotence de $\mathbb{N}$ et $\mathbb{D}^n$ . . . . .	24
5.2.1.8	Équipotence de $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ et $\mathbb{R}$ . . . . .	24
5.2.1.9	Équipotence de $\mathbb{R}$ et $\mathbb{R}^n$ . . . . .	24
5.2.1.10	Équipotence de $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$ . . . . .	24
5.2.1.11	Équipotence de $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}^n$ . . . . .	24
5.2.2	Nombres irrationnels . . . . .	25
5.2.2.1	Irrationnel de la racine carrée d'un entier naturel $a$ non carré. . . . .	25
5.2.2.2	Irrationnel de $\pi$ . . . . .	25
5.2.2.3	Irrationnel de $e$ . . . . .	26
5.3	Théorèmes chinois . . . . .	27
5.4	Théorème fondamental de l'algèbre . . . . .	28
5.5	Racines d'un polynôme à coefficients complexes . . . . .	29
<b>6</b>	<b>Algèbre linéaire</b> . . . . .	<b>31</b>
6.1	Existence de bases . . . . .	31
6.2	Théorème du rang . . . . .	31
6.3	Déterminant de Vandermonde . . . . .	31
6.4	Théorème de Cayley-Hamilton . . . . .	32
6.5	Théorème de décomposition des noyaux . . . . .	33
6.6	Réduction de Jordan . . . . .	34
6.7	Théorème de représentation de Riesz . . . . .	36
<b>IV</b>	<b>Analyse</b> . . . . .	<b>39</b>
<b>7</b>	<b>Calcul différentiel</b> . . . . .	<b>41</b>
7.1	Théorème de Schwarz . . . . .	41
<b>8</b>	<b>Calcul intégral</b> . . . . .	<b>43</b>
8.1	Intégrale de Riemann . . . . .	43
8.1.1	Théorème fondamental du calcul intégral . . . . .	43
8.1.2	Théorème de Fubini . . . . .	44
8.2	Intégrale de Lebesgue . . . . .	47
8.2.1	Théorème de convergence monotone de Beppo-Levi . . . . .	47
8.2.2	Lemme de Fatou . . . . .	48
8.2.3	Théorème de convergence dominée de Lebesgue . . . . .	49
8.2.4	Inégalité de Hölder . . . . .	49
8.2.5	Inégalité d'interpolation . . . . .	51
<b>9</b>	<b>Mesure de Lebesgue</b> . . . . .	<b>53</b>
9.1	Ensembles non mesurables . . . . .	53
9.1.1	Ensemble de Vitali . . . . .	53